

文章编号: 1000-4750(2001)05-043-07

循环载荷下层间界面反平面剪切破坏的 解析解: 2. 再加载及综合响应分析

沈新普¹, Zenon Mroz²

(1. 东北大学理学院, 沈阳, 110006; 2. IFTR, Polish Academy of Sciences, Warsaw, Poland)

摘 要: 本研究利用“剪切梁”模型, 研究了在定常侧压力和周期性的反平面剪切载荷共同作用下, 层间界面的破坏规律。本文为本研究的第二部分。对应一个完整的载荷周期, 解析地给出了界面层上剪应力及位移场在再加载过程中的分布规律及演化规律。计算结果表明, 由于裂纹前方损伤过程区的存在, 当再加载过程不能覆盖卸载过程造成的损伤区时, 会产生新的“应力锁死”现象。文末对结构整体的载荷-位移行为的分析, 揭示了周期载荷作用下的两种结构响应模式: 1) 接触塑性安定; 2) 增量破坏。

关键词: 层间界面; 反平面剪切; 破坏; 损伤; 循环载荷; 解析解

中图分类号: O342 **文献标识码:** A

1 引言

在反平面剪切载荷及侧压力共同作用下, 层间裂纹及其扩展所导致的层间失效是复合材料、岩石等工程中重要的结构失效模式, 有关层间裂纹的综述可见于 Garg^[1]及 Hutchinson 和 Suo^[2]等的文章。文[3]研究了侧压力作用下反平面剪切单调载荷引起的层间裂纹的扩展规律, 并针对性地提出了能够反映层间界面断裂失效问题力学特性的剪切梁模型, 对剪切梁在反平面剪切载荷及侧压力共同作用下的力学行为作了解析分析计算。文[4]解析地给出了界面层上剪应力及位移场在卸载(反向加载)过程中的分布规律及演化规律, 并揭示了当卸载过程不能覆盖加载过程造成的损伤区时, 会产生“应力锁死”现象, 从而导致结构在以后的加载过程中可能产生冲击载荷。

本文将在文[4]的基础上, 进一步研究层间界面失效问题。文中应用剪切梁模型, 解析地给出由定常侧压力和循环反平面剪切载荷共同作用下, 在再加载过程中界面层上的各力学量的变化规律; 以及对应周期载荷, 结构整体的载荷-位移行为。在此基础上, 进一步揭示周期载荷作用下界面层破坏的力学机理。

收稿日期: 1999-11-13; 修改日期: 1999-12-29

基金项目: 由欧盟课题(INCO-Copernicus, ERBIC 15 CT970706)和东北大学青年科学基金课题(856049)

作者简介: 沈新普(1963), 男, 河北人, 副教授, 博士, 从事结构塑性与破坏力学研究

2 再加载过程分析

再加载过程与卸载过程相比,有一定的类似之处。再加载过程包含以下4个阶段:

- (1) 自加载端 $x=0$ 处开始的再加载正向摩擦滑动;
- (2) 滑动区到达卸载二次损伤区并向前扩展进入该区;
- (3) 再加载三次损伤区形成并向前扩展,与卸载一次损伤区相连接;
- (4) 再加载二次损伤区形成并扩展,形成再加载一次损伤区。

对应一个典型的再加载过程,根据不同的应力状态及应力历史,沿界面层全长可分为下述几个区段:

- (1) 再加载摩擦滑动区, $0 \leq x \leq s_{s1}$;
- (2) 再加载三次损伤区, $s_{s1} \leq x \leq s_{s2}$;
- (3) 再加载二次损伤区, $s_{s2} \leq x \leq s_{s3}$;
- (4) 再加载一次损伤区, $s_{s3} \leq x \leq s_{s4}$ 。

图1给出了再加载过程中沿界面层全长剪应力 τ_f 主要分区边界点的位置。下面依次给出相应于前两个分区的剪应力及位移解的表达式及对后两个分区的解的说明。

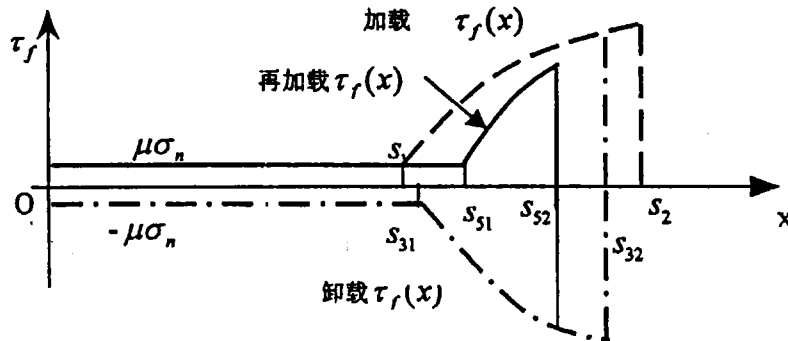


图1 界面上 τ_f 分区边界点位置示意图

2.1 再加载摩擦滑动区的解: $[0, s_{s1}]$

由平衡方程:

$$\frac{d\tau}{dx} = \mu\sigma_n \quad (1)$$

积分上式并利用 $x = s_{s1}$ 处的剪力 τ 的连续条件得:

$$\tau(x) = \mu\sigma_n(x - s_{s1}) + \tau(s_{s1}) \quad (2)$$

将基本关系文[4]式(11)的第二式代入上式,积分,并利用 $x = s_{s1}$ 处的位移 w 的连续条件得位移解:

$$w(x) = -\frac{\mu\sigma_n}{G} \left(\frac{x^2}{2} - xs_{s1} + \frac{s_{s1}^2}{2} \right) - \frac{\tau(s_{s1})}{G} (x - s_{s1}) + w(s_{s1}) \quad (3)$$

2.2 再加载三次损伤区剪应力及位移解: $[s_{s1}, s_{s2}]$

再加载三次损伤区内应力点的本构关系如图2示,其方程式为:

$$\tau_f = \tau_f^{(2)} - K_s \Delta w \quad (4)$$

式中 τ_f 为卸载过程中界面层上的剪切应力值, Δw 为此时界面上的再加载位移量:

$$\Delta w = w - w^{(1)} \quad (5)$$

式中 $w^{(1)}$ 为卸载过程产生的位移历史, 即文[4]式(24)所示的卸载位移; 式(4)中 $\tau_{fe}^{(2)}$ 为两次损伤后的残余剪切强度值。与卸载过程中的分析类似, 结合图 2, 可得界面层上再加载三次损伤区内内应力点的全量形式的本构关系为:

$$\tau_f = -\tau_{fe} + 2K_s w^{(0)} + 2K_s w^{(1)} - K_s w \quad (6)$$

式中上标“(0)”表示初始加载过程形成的力学量, 上标“(1)”表示卸载过程形成的各力学量。

综合式(6)及文[4]中的式(11), (18)和(24)诸式, 可得再加载三次损伤区应力点上位移形式的平衡方程为

$$\frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{K_s}{G} w = \frac{\tau_{fe}}{G} + \frac{2K_s}{G} [\cos(r, x)(2c_3 - 2c_1 - 2c_2 r, x) + \sin(r, x)(2c_6 - 2c_2 + 2c_1 r, x)] \quad (7)$$

这是一个关于 $w(x)$ 的二阶常系数非齐次常微分方程, 今略去过程, 给出方程的全解为

$$w(x) = \cos(r, x)[c_7 + x(c_9 x + c_{10})] + \sin(r, x)[c_8 + x(c_{11} x + c_{12})] + \frac{\tau_{fe}}{K_s} \quad (8)$$

相应的有

$$\tau = -G \frac{dw}{dx} = Gr_s [c_7 \sin(r, x) - c_8 \cos(r, x)] - G \frac{dy_2}{dx} \quad (9)$$

式中 y_2 为式(7)的特解:

$$y_2 = x[(c_9 x + c_{10}) \cos(r, x) + (c_{11} x + c_{12}) \sin(r, x)] + \frac{\tau_{fe}}{K_s} \quad (10)$$

式中 $c_9 - c_{12}$ 为积分系数, 分别为:

$$\begin{aligned} c_9 &= -\frac{c_1}{2} r_s^2, & c_{10} &= \frac{r_s}{2} (c_2 - 2c_6) \\ c_{11} &= -\frac{c_2}{2} r_s^2, & c_{12} &= \frac{r_s}{2} (2c_3 - c_1) \end{aligned} \quad (11)$$

式(8)中余下的两个积分常数 c_7 和 c_8 可由 $x = s_{s2}$ 处的应力及位移连续条件确定, 现略去过程, 给出其表达式为:

$$\begin{aligned} c_7 &= B_1 \cos(r, s_{s2}) + B_2 \sin(r, s_{s2}) \\ c_8 &= B_1 \sin(r, s_{s2}) - B_2 \cos(r, s_{s2}) \end{aligned} \quad (12)$$

式中

$$\begin{aligned} B_1 &= w(s_{s2}) - y_2(s_{s2}), \\ B_2 &= [\tau(s_{s2}) + G \frac{dy_2}{dx} |_{s_{s2}}] (Gr_s)^{-1} \end{aligned} \quad (13)$$

这里 $\frac{dy_2}{dx} |_{s_{s2}}$ 表示 $\frac{dy_2}{dx}$ 在 $x = s_{s2}$ 点的值。

2.3 卸载二次损伤区边界 s_{s1} 的确定方法

给定一个 s_{s2} 值, 按照平衡方程和本构关系, 会有一个对应的 s_{s1} 值。将 $x = s_{s1}$ 点处界面层上的剪应力 τ_f 连续条件作为确定 s_{s1} 值的方程:

$$-\mu\sigma_n = \tau_{fc} - 2K_1 w^{(0)}(s_{s1}) + 2K_2 w^{(1)}(s_{s1}) - K_3 w(s_{s1}) \quad (14)$$

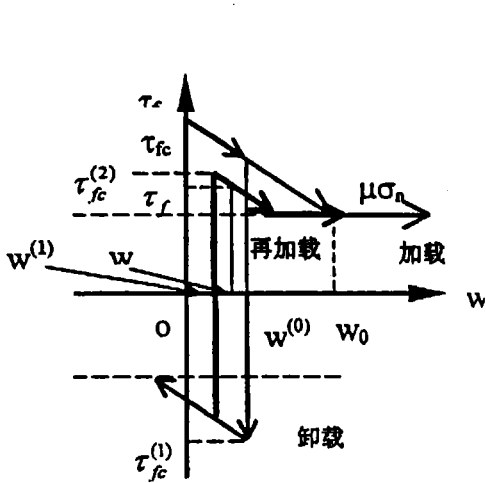


图2 刚塑性界面层再加载本构关系示意图

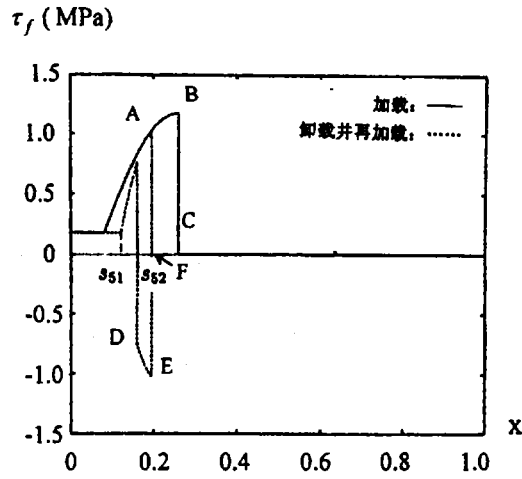


图3 经历加-卸-再加载过程后给定状态下界面层上的剪应力 τ_f 的分布

图3给出了再加载过程中, 某一给定载荷下, 界面层上的剪应力 τ_f 的分布。由图中可知, 当再加载过程不能完全覆盖卸载损伤区时, 应力“锁死”现象不仅还会存在, 而且会有两个应力锁死区形成。

当再加载损伤区前锋 s_{s2} 越过 s_2 点进入卸载一次损伤区后, 这时将出现再加载二次损伤区, 可以按照与卸载二次损伤过程区相同的方法计算其中的剪应力及位移场。

当再加载损伤过程区覆盖卸载一次损伤区后, 会出现再加载一次损伤区, 这意味着在卸载一再加载过程中即使保持力的幅值不变, 在适当的条件下, 宏观裂纹(摩擦滑动区)及其前方的损伤过程区也会持续扩展。

2.4 加载端处的载荷位移关系曲线

由式(2)及式(3), 可得再加载过程中加载端 $x=0$ 处的载荷 $\tau(0)$ 及位移 $w(0)$ 的公式, 为:

$$w(0) = -\frac{\mu\sigma_n}{2G} s_{s1}^2 + \frac{\tau(s_{s1})}{G} s_{s1} + w(s_{s1}) \quad (15)$$

$$\tau(0) = \tau(s_{s1}) - \mu\sigma_n s_{s1}$$

式中 $\tau(s_{s1})$ 和 $w(s_{s1})$ 是 $x = s_{s1}$ 点的剪应力和位移值, 可按相应的再加载状态下的损伤过程区的方程式(8)~(9)求得。

这里略去过程细节, 给出一个反向等幅值的力载荷循环周期下的载荷—位移曲线如图4示。

由于在卸载和再加载过程中, 宏观裂纹及损伤过程区均有向前的扩展, 致使图4中的曲线不能形成闭合曲线。

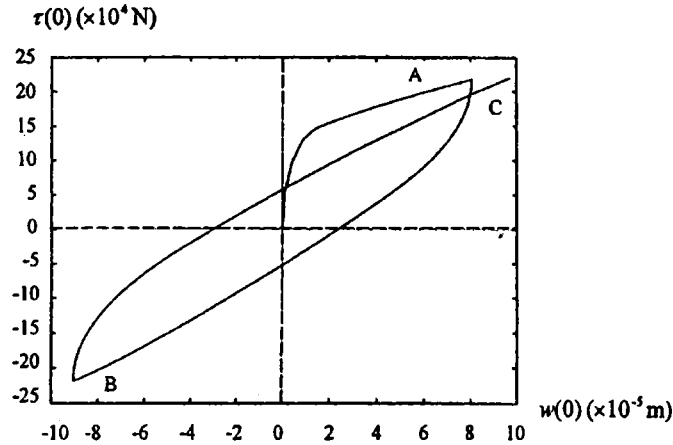


图4 反向等幅值的力荷载循环周期下的荷载—位移曲线

3 关于综合响应的分析

工程实际中的力荷载循环，尤其是自然环境形成的力荷载的幅值变化是多样的，如水坝所受的水压力荷载取决于汛期和枯水期不同的水位，形成的荷载周期属于非完全卸载，而文[4]中图4中折线 odef 所示的荷载循环属于反向等幅周期荷载。由于损伤引起的强度劣化，周期荷载的卸载和再加载过程均会导致裂纹扩展。

由前述的剪切梁理论和对特定情况分析得到的解析计算结果可知，对应侧压力和反平面剪切周期荷载的共同作用，模型的结构响应有如下两种情形：

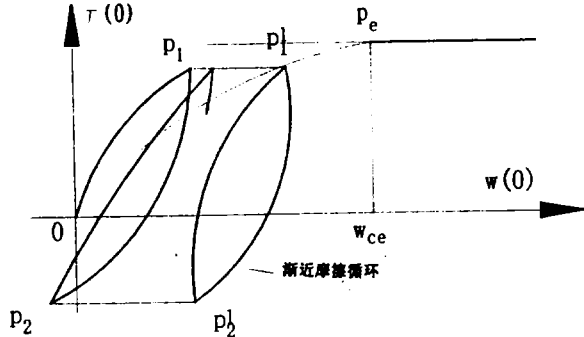


图5 结构在循环荷载作用下，

界面层的“接触塑性安定”

(1) 如图5示，荷载幅值 $p_1 < p_e$ ，这里 p_e 为沿界面层全长均为摩擦滑动区的极限状态下的摩擦阻力值， $p_e = \mu \sigma_n L$ 。结构在循环荷载作用下，界面层上的裂纹及损伤过程区先是不断扩展，在裂纹面扩展到一定长度 L_c 时，裂纹面上的摩擦阻力 $\mu \sigma_n L_c \rightarrow \tau(0)$ ，从而在此后的荷载循环中，界面层上宏观裂纹和损伤区都不再扩展，位移保持在一个固体的界限值内，只有摩擦滑动过程发生，这一现象称之为“接触塑性安定”。

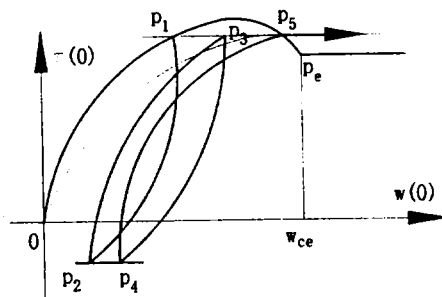


图6 结构在循环荷载作用下，

界面层的“增量破坏”。

(2) 如图6示，荷载幅值 $p_1 > p_e$ ，曲线 $op_1p_3p_5$ 为单调加载行为曲线。以 p_1 为力幅值的每一个循环过程都引起宏观裂纹及损伤区的扩展。加载端位移不断增加，在循环进行到一定次数后，再加载曲线与理论上的单调加载曲线的峰值后区相交。这意味着结构将在此

位移水平上发生失稳, 裂纹和损伤过程区失稳扩展, 界面层发生破坏。这一过程, 称之为“增量破坏”。

图 7 给出了由以上理论公式计算得到的一组载荷位移曲线。材料参数和几何参数均同前例, 采用的周期载荷形式同文[4]中图 4 中折线 oabc 所示。图 7 中 OA 对应的曲线为单调加载曲线; OAGB 对应的曲线为加载-卸载-再加载循环形成的曲线; OD 对应的曲线为只考虑摩擦滑动时的加载曲线; OAEFE 对应的曲线为“接触塑性安定”状态时摩擦滑动加载-卸载-再加载循环形成的曲线。由于该载荷的幅值小于界面层全长的摩擦滑动阻力 $\mu\sigma_n L$, 故结构是稳定的。在经过一定次数的载荷循环之后, 裂纹及损伤区将不再扩展, 界面层进入“接触塑性安定”状态。

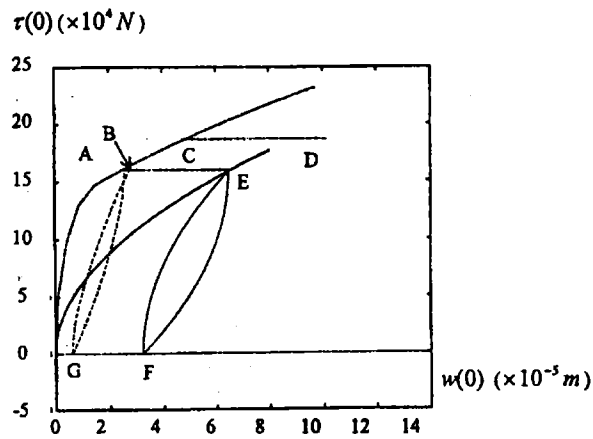


图 7 对应不同载荷阶段模型的一组载荷位移曲线

4 结论

本文利用在文[4]的基础上, 应用“剪切梁”模型研究了由定常侧压力和循环反平面剪切载荷共同作用下, 层间界面的破坏规律, 解析地给出了界面层上剪应力及位移场在再加载过程中的分布规律及演化规律。

本文计算结果表明, 由于裂纹前方损伤过程区的存在, 再加载过程一开始就是非弹性的, 伴随有损伤和摩擦两种耗散机制, 过程中剪应力及位移场对载荷历史有“记忆”功能。

本文计算结果展示出, 由于裂纹前方损伤过程区的存在, 当新的载荷过程不能覆盖前一过程造成的损伤区时, 均会产生“应力锁死”现象。不难想象, 当周期载荷的某一个再加载过程与“应力锁死区”相联通时, “锁死”的应力的释放会导致载荷跳跃, 产生“冲击”, 并进一步导致结构失稳。

文末对结构整体的载荷-位移行为的分析, 揭示了周期载荷作用下的两种不同的结构响应模式: 1) 接触塑性安定; 2) 增量破坏。这对于在工程结构设计初期定性了解结构响应具有指导意义。

参考文献:

- [1] A C Garg. Delamination-a damage mode in composite structures[J]. *Engrg Fract Mech*, 1988, 29(2): 557-584.
- [2] J W Hutchinson and Z Suo. Mixed mode cracking of layered materials[A]. *Adv Appl Mech*[C]. Eds: W Hutchinson and T Y Wu, 29, Academic Press, New York, 1991, 63-191.
- [3] Zenon Mroz, Shen Xinqu. Analysis of progressive interface failure under monotonic loading[A]. In: B. Xu,

M. Tokuda, X. Wang eds. Proc. of Inter. Conf. on Micro-Mech[C]. & Mater. International Academic Publisher, Sept., 1999, Beijing, 109-114.

- [4] 沈新普, Zenon Mroz. 循环荷载下层间界面反平面剪切破坏的解析解: 1. 卸载行为[J]. 工程力学, 2001,18(3): 97-104.

ANALYTICAL SOLUTION FOR INTERFACE FAILURE UNDER CYCLIC LOADING: 2. RELOADING BEHAVIOR AND SYNTHESIS OF RESPONSE

SHEN Xin-pu¹, Zenon Mroz²

(1 College of Science, Northeastern University, Shenyang 110006 China; 2 IFTR, Polish Academy of Sciences, Poland)

Abstract: In this study, the interface failure under the joint action of constant compression and periodical anti-plane shear were investigated. This paper is the second part of this study. With the so-called "shear beam model", analytical solutions were presented for the evolution law and distributions of shear stress and displacement along the entire length of the shear beam during reloading processes. Results indicate that, owing to the existing of the damage process zone ahead of the crack tip, reloading is inelastic from the beginning. Furthermore, "stress locking" always occurs if a loading process cannot cover the damage zone left by its neighboring loading process. Analysis of synthesis of response presented at the end of the paper reveal two modes of structural responses: 1) contact plastic shakedown and 2) progressive failure.

Key words: interface layer; anti-plane shear; failure; damage; cyclic loading; analytical solution

(上接 042 页)

EXPERIMENTAL STUDY OF COMPLETE TENSILE STRESS-STRAIN CURVES OF HIGHSTRENGTH CONCRETE AND COMPACT REINFORCED CONCRETE

XU Ling-yun¹, ZHU Tun², DING Da-jun³

(1. Zhengzhou University of Technology, 450000; 2. Wuhan University of Hydraulic & Electric Engineering, 430072; 3. Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract: Experimental study of complete tensile stress-strain curves of high strength concrete and compact reinforced concrete was conducted. Two sets of test devices, were designed. The deviations of the measured complete curves are small, indicating that the devices are effective. In addition, the theoretical equations of complete curves are proposed and compared with measured ones. Good agreement is reached.

Key words: high strength concrete; compact reinforced concrete; stress-strain complete curve